

Análise Complexa e Equações Diferenciais

1º Semestre 2020/2021

Teste — Semana 5 — 21 de Outubro de 2020

(CURSOS: LMAC, MEFT)

- [6,0 val] 1. Determine, e esboce, o suconjunto dos números complexos $z \in \mathbb{C}$ que satisfazem a condição

$$\operatorname{Re} \left(\frac{1}{z} \right) = \frac{1}{R},$$

para $R \neq 0 \in \mathbb{R}$ fixo.

- [4,0 val] 2. Calcule, ou prove que não existe,

$$\lim_{z \rightarrow i} e^{\frac{1}{z^2+1}}.$$

3. Considere a função $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ dada, para cada $z = x + iy \in \mathbb{C}$, por $f(z) = e^{1+\sqrt{z}}$, considerando o ramo principal na definição da função \sqrt{z} .

- [5,0 val] a) Indique qual o contradomínio $f(\mathbb{C})$ da função f .

- [5,0 val] b) Estude f quanto à diferenciabilidade, indicando em que pontos é holomorfa.